

10 класс

Контрольные работы

10 класс

К—1, В—1

1. Постройте сечение куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через ребро CC_1 и точку пересечения диагоналей грани $AA_1 D_1 A$.
Найдите периметр построенного сечения, если ребро куба равно 2 см.

2. Прямые a и b параллельны, точка A не лежит на этих прямых. Через точку A проведите плоскость α , параллельную каждой из данных прямых.

3. Прямые AB и CD — скрещивающиеся. Могут ли прямые AC и BD пересекаться? Ответ объясните.

10 класс

К—1, В—2

1. Середины рёбер AB , BC и DC тетраэдра $ABCD$ — точки M , N и P соответственно. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через эти три точки.

Найдите периметр построенного сечения, если $AC = 10$ см, $BD = 12$ см.

2. Прямые a и b пересекаются, точка M не лежит на этих прямых. Через точку M проведите плоскость, параллельную каждой из данных прямых.

3. Лежат ли прямые a , b и c в одной плоскости, если прямые a и b , a и c , b и c пересекаются и точки их пересечения не совпадают? Ответ объясните.

10 класс

К—1, В—3

1. Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через ребро AD и точку пересечения диагоналей грани $A_1 B_1 C_1 D_1$.

Найдите периметр построенного сечения, если $DD_1 = 12$ см, $C_1 D_1 = 10$ см, $A_1 D_1 = 15$ см.

2. Плоскости α и β пересекаются, точка A не лежит в этих плоскостях. В плоскости α проведите прямую, проходящую через точку A и параллельную плоскости β .

3. Верно ли утверждение: прямая, пересекающая одну из расположенных в пространстве параллельных прямых, пересекает и другую прямую? Ответ объясните.

1. Точки A , B и C — середины рёбер MK , MN и PK тетраэдра $MPNK$ соответственно. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через эти точки.

Найдите периметр построенного сечения, если $PM = 8$ см, $KN = 6$ см.

2. Прямые a и b скрещиваются, точка A не лежит на этих прямых. Через точку A проведите плоскость, параллельную прямым a и b .

3. Даны две пересекающиеся в точке O прямые. Всякая ли третья прямая, имеющая с каждой из данных прямых общую точку, отличную от точки O , лежит с ними в одной плоскости? Ответ объясните.

1. Постройте сечение тетраэдра $ABCD$ плоскостью, проходящей через точку пересечения медиан грани BCD параллельно грани ACD .

2. Постройте параллелограмм $A_1B_1C_1D_1$. Считая этот параллелограмм изображением квадрата $ABCD$, построьте изображение перпендикуляров, проведённых из точки O пересечения диагоналей квадрата $ABCD$ к сторонам этого квадрата.

3. Плоскость, параллельная стороне AB треугольника ABC , пересекает сторону AC в точке A_1 , сторону BC — в точке B_1 . Найдите отрезок A_1B_1 , если $AB = 25$ см, $AA_1 : A_1C = 2 : 3$.

1. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, точка M лежит на ребре AC , причём $CM : CA = 1 : 3$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости $BC_1 D$.

2. Постройте параллелограмм $A_1 B_1 C_1 D_1$. Считая этот параллелограмм изображением ромба $ABCD$, постройте изображение высоты ромба, проведённой из вершины A , если $\angle B = 60^\circ$.

3. Через конец A отрезка AB проведена плоскость α , через конец B и точку C отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающиеся с плоскостью α в точках B_1 и C_1 . Найдите отрезок CC_1 , если $BB_1 = 15$ см и $AB_1 : C_1 B_1 = 3 : 1$.

1. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в котором O — точка пересечения диагоналей грани $ABCD$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку O параллельно плоскости $AB_1 C_1$.

2. Постройте произвольный треугольник $A_1 B_1 C_1$. Считая его изображением правильного треугольника ABC , постройте изображение центра окружности, описанной около треугольника ABC .

3. Плоскость, пересекающая две стороны треугольника ABC , делит их в отношении $AA_1 : A_1 C = BB_1 : B_1 C = 2 : 3$. Найдите отрезок $A_1 B_1$, если $AB = 15$ см.

1. Пусть O — точка пересечения медиан грани ABC тетраэдра $ABCD$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра AC и параллельной плоскости ADO .

2. Постройте параллелограмм $A_1 B_1 C_1 D_1$. Считая этот параллелограмм изображением прямоугольника $ABCD$, постройте изображение перпендикуляров, проведённых из точки O пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$ к сторонам этого прямоугольника.

3. Конец B отрезка AB лежит в плоскости α . Точка C делит отрезок AB в отношении $AC : CB = 3 : 4$. Отрезок CD параллелен плоскости α и равен 12 см. Прямая AD пересекает плоскость α в точке E . Найдите отрезок BE .

1. Из точки O пересечения диагоналей квадрата $ABCD$ проведён перпендикуляр OH к плоскости квадрата. Докажите, что $BD \perp HC$.

2. Через сторону KN прямоугольника $KLMN$ проведена плоскость так, что длина проекции одной из сторон прямоугольника на эту плоскость равна 4 см. Найдите длину проекции диагонали KM на эту плоскость, если $KL = 12$ см, $LM = 3$ см.

3. Из точки A проведены к данной плоскости две наклонные, равные 2 см, угол между которыми равен 60° , а угол между их проекциями прямой. Найдите расстояние от точки A до данной плоскости.

1. Из вершины B квадрата $ABCD$ проведён перпендикуляр BF к плоскости этого квадрата. Докажите, что $AC \perp DF$.

2. Через вершину B треугольника ABC проведена плоскость, не совпадающая с плоскостью ABC и параллельная его стороне AC . Проекция треугольника ABC на эту плоскость — прямоугольный треугольник A_1BC_1 с прямым углом B . Найдите сторону AC , если $BA_1 = 9$ см, $BC_1 = 12$ см.

3. Из точки B проведены к данной плоскости две равные наклонные, угол между которыми равен 60° , а угол между их проекциями равен 90° . Найдите угол между каждой наклонной и её проекцией на плоскость.

1. Из середины D стороны AC равнобедренного треугольника ABC с основанием AC проведён к его плоскости перпендикуляр DK . Докажите, что $AC \perp BK$.

2. Через сторону AB квадрата $ABCD$ проведена плоскость. Проекция одной из сторон квадрата $ABCD$ на эту плоскость равна 3 см. Найдите проекцию на эту плоскость одной из диагоналей квадрата, если известно, что $AB = 6$ см.

3. Из точки, отстоящей от плоскости на расстояние a , проведены две наклонные, образующие с плоскостью равные углы в 45° , а между собой угол в 60° . Найдите расстояние между концами наклонных.

1. Из точки O пересечения диагоналей ромба $ABCD$ проведён перпендикуляр OM к его плоскости. Докажите, что $BD \perp MC$.

2. Через вершину N равнобедренного треугольника MNL с основанием $ML = 6$ см проведена плоскость α параллельно стороне ML . Проекция одной из сторон этого треугольника на плоскость α равна 5 см. Найдите длину проекции на плоскость α медианы ND этого треугольника.

3. Из точки M , отстоящей от плоскости на расстояние a , проведены две наклонные под углом 30° к плоскости, причём их проекции составляют между собой угол в 120° . Определите расстояние между концами наклонных.

1. Через вершину A правильного треугольника ABC проведена плоскость α параллельно стороне BC так, что сторона AC составляет с этой плоскостью угол в 30° . Найдите длину проекции медианы AD треугольника ABC на плоскость α , если $AB = 12$ см.

2. Из вершины A прямого угла треугольника ABC проведён перпендикуляр AM к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки M до стороны BC треугольника, если $AM = 1$ см, $AB = 3$ см, $AC = 4$ см.

3. Правильные треугольники ABC и DBC расположены так, что вершина D проектируется в центр треугольника ABC . Найдите угол между плоскостями этих треугольников.

4. Плоскости двух равных прямоугольных трапеций $ABCD$ и $KDCM$ взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние BK , если $CD \perp BC$, $CD \perp DK$, $BC = DK = 3$ см, $DC = 4$ см.

1. Через сторону AD , равную 20 см, квадрата $ABCD$ проведена плоскость α так, что точка C находится от неё на расстоянии 10 см.

а) На каком расстоянии от плоскости α находится точка пересечения диагоналей квадрата?

б) Найдите угол φ , который диагональ квадрата образует с плоскостью α .

2. Из центра O правильного треугольника KLP со стороной 4 см проведён перпендикуляр OM к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки M до одной из сторон треугольника, если $OM = 2$ см.

3. Проекцией прямоугольника $ABCD$ на плоскость γ является квадрат A_1BCD_1 . Найдите величину угла между плоскостью γ и плоскостью прямоугольника, если $AB : BC = 2 : 1$.

4. Плоскости двух равных равнобедренных прямоугольных треугольников ABC и ACD , имеющих общую гипотенузу, взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между их вершинами B и D , если $AB = 3$ см.

1. Через сторону AB прямоугольника $ABCD$ со сторонами 4 см и 8 см проведена плоскость γ . Проекция прямоугольника на плоскость γ — квадрат. Найдите:

- расстояние от вершины C до плоскости γ ;
- угол φ , который диагональ прямоугольника образует с плоскостью γ .

2. Из вершины N параллелограмма $MNPQ$ с углом M , равным 45° , проведён перпендикуляр ND к плоскости параллелограмма. Найдите расстояние от точки D до прямой MQ , если $MN = 5$ см, $ND = 10$ см.

3. Проекцией треугольника ABC на плоскость β является равнобедренный треугольник A_1BC . Найдите угол φ между плоскостью треугольника ABC и плоскостью β , если $BC = 8$ см, $AB = AC = 10$ см.

4. Плоскости правильного треугольника KLM и квадрата $KMNP$ взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между точками L и N , если $KM = a$.

1. Через катет AB равнобедренного прямоугольного треугольника ABC проведена плоскость β . Другой катет BC образует с плоскостью β угол 45° . Найдите:

- расстояние от вершины C до плоскости β , если $AC = 2$ см;
- угол φ , который гипотенуза AC образует с плоскостью β .

2. Из вершины D треугольника DKC проведён перпендикуляр DN к плоскости этого треугольника. Найдите расстояние от точки N до прямой KC , если $KD = DC = 10$ см, $KC = 16$ см, $DN = 3$ см.

3. Квадраты $ABCD$ и $FLCD$ расположены так, что проекция стороны FL на плоскость квадрата $ABCD$ проходит через центр этого квадрата. Найдите угол между плоскостями этих квадратов.

4. Два равных прямоугольных треугольника ABC с прямым углом B и ABD с прямым углом A расположены так, что их плоскости взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между вершинами C и D , если $AB = 4$ см, $AD = BC = 3$ см.

1. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна a . Двугранные углы при основании равны α . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

2. В основании прямой треугольной призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 6 см. Найдите боковое ребро призмы, если площадь её боковой поверхности составляет 120 см^2 .

3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 3 см и 5 см, угол между ними равен 60° . Большая диагональ параллелепипеда равна 10 см. Найдите боковое ребро параллелепипеда.

1. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды равно 12 см и образует с плоскостью основания угол в 60° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

2. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны a и b , а диагональ образует с плоскостью основания угол α .

3. В основании прямой призмы лежит равнобедренный треугольник с основанием, равным 5 см. Высота призмы равна 3 см. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через основание равнобедренного треугольника и противоположную вершину верхнего основания призмы, если диагонали равных боковых граней равны 6,5 см.

1. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна a , высота равна b . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

2. В прямой треугольной призме стороны основания относятся как $17 : 10 : 9$, а боковое ребро равно 16 см. Найдите стороны основания, если боковая поверхность призмы равна 1152 см^2 .

3. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с диагоналями 6 см и 8 см. Диагональ боковой грани равна $\sqrt{61}$ см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.

1. Высота боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды равна 10 см. Определите площадь её полной поверхности, если боковая грань образует с плоскостью основания угол 60° .

2. Основанием прямого параллелепипеда является ромб со стороной a и острым углом α . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда, если его меньшая диагональ составляет с плоскостью основания угол β .

3. Стороны основания треугольной пирамиды равны 6 см, 10 см и 14 см. Плоскости боковых граней образуют с плоскостью основания угол 60° . Найдите полную поверхность пирамиды.

11 класс

Контрольные работы

11 класс

К—1, В—1

1. Развёртка боковой поверхности цилиндра является квадратом, диагональ которого равна 10 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите:

а) площадь боковой поверхности конуса;

б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 30° .

3. Диаметр шара равен 2 м. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы и этой плоскости.

11 класс

К—1, В—2

1. Плоскость, параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу в 120° . Высота цилиндра равна 5 см, радиус основания равен $2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь сечения.

2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите:

а) площадь боковой поверхности конуса;

б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 60° .

3. Сечение шара плоскостью, находящейся от его центра на расстоянии 3 см, имеет радиус 4 см. Найдите площадь сферы.

11 класс

К—1, В—3

1. Сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси, есть квадрат. Секущая плоскость отсекает от окружности основания дугу в 90° . Радиус основания цилиндра равен 4 см. Найдите площадь сечения.

2. Радиус кругового сектора равен 6 см, а его угол 120° . Сектор свёрнут в коническую поверхность. Найдите площадь поверхности конуса.

3. В шаре на расстоянии 12 см от центра проведена секущая плоскость так, что образовавшийся в сечении круг имеет радиус 5 см. Найдите площадь сферы.

1. Развёртка боковой поверхности цилиндра является прямоугольником, диагональ которого равна 8 см, а угол между диагоналями равен 30° . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Образующая конуса равна a , угол при вершине осевого сечения равен α . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

3. В шаре по одну сторону от центра проведены два параллельных сечения, площади которых $45\pi \text{ дм}^2$ и $4\pi \text{ дм}^2$. Найдите площадь сферы, если расстояние между плоскостями 9 дм.

1. Страна основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 8 см, боковое ребро образует с плоскостью основания угол в 45° . Найдите объём пирамиды.

2. В прямой треугольной призме стороны основания относятся как $17 : 10 : 9$, а боковое ребро равно 16 см. Найдите стороны основания пирамиды, если площадь её боковой поверхности составляет 1152 см^2 .

1. Высота боковой грани правильной четырёхугольной пирамиды равна 10 см. Найдите объём пирамиды, если боковая грань составляет с плоскостью основания угол 45° .

2. В основании прямой треугольной призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 6 см. Найдите объём призмы, если площадь её боковой поверхности равна 120 см^2 .

1. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите объём пирамиды.

2. Страна основания правильной шестиугольной призмы равна a , наибольшая диагональ призмы составляет с плоскостью основания призмы угол α . Найдите высоту призмы и её объём.

1. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите объём пирамиды.

2. В прямом параллелепипеде стороны основания, равные $4\sqrt{2}$ см и 10 см, образуют угол в 45° . Меньшая диагональ параллелепипеда 14 см. Найдите его объём.

1. Осевое сечение конуса — равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого равна 9 м^2 . Найдите объём конуса.

2. Чему равен объём шарового сектора, если радиус окружности основания равен 60 см, а радиус шара 75 см?

3. Усечённый конус имеет радиусы оснований 4 см и 22 см. Чему равен радиус основания равновеликого ему цилиндра, имеющего с усечённым конусом одинаковую высоту?

1. Образующая конуса равна l , а длина окружности основания равна C . Найдите объём конуса.

2. Два равных шара расположены так, что центр одного лежит на поверхности другого. Как относится объём общей части шаров к объёму одного шара?

3. Площадь осевого сечения усечённого конуса равна разности площадей оснований, а радиусы оснований равны R и r . Найдите объём конуса.

1. Равносторонний треугольник вращается вокруг своей стороны a . Найдите объём полученного тела вращения.

2. Какую часть объёма шара составляет объём шарового сегмента, у которого высота составляет 0,1 диаметра шара, равного 20 см?

3. Радиусы оснований усечённого конуса равны 10 м и 6 м, образующая составляет с плоскостью основания угол 45° . Найдите объём конуса.

1. Прямоугольный треугольник с катетами a и b вращается вокруг гипотенузы. Найдите объём полученного тела вращения.

2. Плоскость, перпендикулярная диаметру шара, делит диаметр на отрезки, равные 3 см и 9 см. Найдите объём шара.

3. Равнобедренная трапеция вращается вокруг оси симметрии. Найдите объём полученного тела, если основания трапеции равны 6 м и 12 м, а боковая сторона равна 5 м.

1. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объёмов шара и цилиндра.

2. Боковое ребро правильной шестиугольной пирамиды равно a и составляет с плоскостью основания угол α . Найдите объём пирамиды и вписанного в пирамиду конуса, если $a = 2$, $\alpha = 60^\circ$.

3. В конус вписан шар радиуса R . Образующая конуса составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите объём конуса.

1. В конус, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади боковой поверхности конуса.

2. В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2a$, а прилежащий угол равен 60° . Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол 45° . Найдите объём цилиндра.

3. В правильной треугольной пирамиде каждое боковое ребро равно b и образует с плоскостью основания угол 30° . Найдите площадь описанной сферы.

1. Объём цилиндра равен 96π см³, площадь его осевого сечения равна 48 см². Найдите площадь сферы, описанной около цилиндра.

2. Высота правильной треугольной пирамиды равна h , а двугранный угол при основании равен α . Найдите объём пирамиды и вписанного в пирамиду шара, если $h = 3$, $\alpha = 60^\circ$.

3. В шар радиуса R вписан конус. Найдите объём конуса, если угол при вершине осевого сечения конуса равен 60° .

1. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол в 60° . Найдите отношение объёма конуса к объёму шара.

2. Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна a и составляет с плоскостью боковой грани угол α . Найдите объём призмы и описанного около неё цилиндра, если $a = 4$, $\alpha = 30^\circ$.

3. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна a , двугранный угол при основании равен 60° . Найдите площадь вписанной сферы.

1. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O , точка M лежит на стороне BD , причём $BM = MO$, $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$. Выразите вектор \overrightarrow{BM} через векторы \vec{m} и \vec{n} .

2. Дан тетраэдр $ABCD$, в котором точка K — середина ребра AC , точка M — середина отрезка KD , $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$. Разложите вектор \overrightarrow{BM} по векторам \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .

3. Даны две точки A и B . Докажите, что для любых точек C и D пространства выполняется равенство $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA}$.

1. В треугольнике ABC точка M — середина стороны AB , точка N — середина стороны AC , отрезки CM и BN пересекаются в точке O , $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Выразите вектор \overrightarrow{BO} через векторы \vec{a} и \vec{b} .

2. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$. Разложите вектор \overrightarrow{AM} по векторам \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , если M — точка пересечения диагоналей DC_1 и D_1C .

3. Дан треугольник ABC , в котором точки K , L и M — середины сторон BC , AC и AB . Докажите, что для любой точки D пространства выполняется равенство $\overrightarrow{DK} + \overrightarrow{DL} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$.

1. В треугольнике ABC O — точка пересечения его медиан, $\vec{AC} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$. Выразите вектор \vec{AO} через векторы \vec{a} и \vec{b} .

2. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $\vec{B_1 A_1} = \vec{a}$, $\vec{B_1 C_1} = \vec{b}$, $\vec{B_1 B} = \vec{c}$. Разложите вектор $\vec{B_1 M}$ по векторам \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , если M — точка пересечения диагоналей основания AC и BD .

3. Дан четырёхугольник $ABCD$, середины противоположных сторон которого пересекаются в точке K . Докажите, что для любой точки L пространства выполняется равенство $\vec{LK} = \frac{1}{4}(\vec{LA} + \vec{LB} + \vec{LC} + \vec{LD})$.

1. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O , точка M лежит на стороне BC , $BM = MC$, $\vec{AB} = \vec{p}$, $\vec{AO} = \vec{q}$. Выразите вектор \vec{AM} через векторы \vec{p} и \vec{q} .

2. Дан тетраэдр $ABCD$, в котором точка E — середина ребра BC , точка M — середина отрезка DE , $\vec{AC} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AD} = \vec{c}$. Разложите вектор \vec{AM} по векторам \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .

3. Дан треугольник ABC и две точки D и E , не лежащие в его плоскости. Докажите, что при выполнении равенства $\vec{DE} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ прямая DE параллельна плоскости ABC .

1. Даны векторы $\vec{a}\{1; -2; 0\}$, $\vec{b}\{3; -6; 0\}$, $\vec{c}\{0; -3; 4\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$.

2. Найдите угол между прямыми AB и CD , если $A(6; -4; 8)$, $B(8; -2; 4)$, $C(12; -6; 4)$, $D(14; -6; 2)$.

3. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол φ между векторами $\vec{AD_1}$ и \vec{BM} , где M — середина ребра DD_1 .

1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{k}$, где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы (орты). Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} .

2. Найдите угол между прямыми MN и EF , если $M(1; 1; 0)$, $N(3; -1; 0)$, $E(4; -1; 2)$, $F(0; 1; 0)$.

3. Даны координаты вершин тетраэдра $MABC$: $M(2; 5; 7)$, $A(1; -3; 2)$, $B(2; 3; 7)$, $C(3; 6; 0)$. Найдите расстояние от точки K до точки O , где K — середина ребра AM , O — середина ребра BC .

1. Даны векторы $\vec{a}\{2; 4; -6\}$, $\vec{b}\{-3; 1; 0\}$, $\vec{c}\{3; 0; -1\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = -\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.

2. Найдите угол между прямыми AB и CD , если $A(\sqrt{3}; 1; 0)$, $B(0; 0; 2\sqrt{2})$, $C(0; 2; 0)$, $D(\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{2})$.

3. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между векторами \vec{AC} и $\vec{C_1 D}$.

1. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$, где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы (орты). Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} .

2. Найдите угол между прямыми MN и KE , если $M(2; 0; 0)$, $N(0; 2; 0)$, $K(2; 2; 0)$, $E(2; 2; 2)$.

3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка M — центр грани $AA_1 D_1 D$. Найдите угол φ между векторами \vec{BM} и $\vec{B_1 C}$, если измерения параллелепипеда $AB = 4$ м, $AD = 3$ м, $AA_1 = 5$ м.